ГОУ СПО ТО «Тульский колледж профессиональных технологий и сервиса»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

к выполнению самостоятельной работы студента
по дисциплине ЕН.01 «Математика»
для студентов технических специальностей

Тула, 2014

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время актуальным становятся требования к личным качествам современного студента – умению самостоятельно пополнять и обновлять знания, вести самостоятельный поиск необходимого материала, быть творческой личностью. Ориентация учебного процесса на саморазвивающуюся личность делает невозможным процесс обучения без учета индивидуально-личностных особенностей обучаемых, предоставления им права выбора путей и способов обучения. Появляется новая цель образовательного процесса – воспитание личности, ориентированной на будущее, способной решать типичные проблемы и задачи исходя из приобретенного учебного опыта и адекватной оценки конкретной ситуации.

Решение этих задач требует повышения роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиления ответственности преподавателя за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание их творческой активности и инициативы.

Введение в практику учебных программ и модулей с повышенной долей самостоятельной работы активно способствует модернизации учебного процесса.

В соответствии с ФГОС СПО по техническим специальностям в учебный процесс введена дисциплина «Математика». Данная дисциплина состоит из двух разделов: раздел 1 «Математический анализ», раздел 2 «Основы теории вероятностей и математической статистики», позволяющих сформировать необходимые общие и профессиональные компетенции.

Основными целями внеаудиторной самостоятельной работы студентов являются:

- овладение знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю специальности;
- формирование готовности к самообразованию, самостоятельности и ответственности;
- развитие творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Распределение видов и объема внеаудиторной самостоятельной работы между разделами дисциплины «Математика»

Выполнение студентами ВСР способствует формированию общих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.
ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

1 Рекомендации по распределению времени на ВСРС

Распределение времени на выполнение самостоятельной работы студентами осуществляется согласно программе дисциплины равномерно по занятиям. Результаты распределения времени на ВСР представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Распределение времени на ВСРС

№п/п	**Наименование самостоятельной практической работы**	**Время на выполнение (час)**
1	Типовой расчёт №1 «Предел и непрерывность функции»	2
2	Типовой расчёт №2 «Дифференциальное исчисление»	2
3	Типовой расчёт №3 «Интегральное исчисление»	2
4	Домашняя контрольная работа «Простейшие дифференциальные решения»	2
5	Решения задач по разделам.	20
	Итого:	**28**

2 Содержание внеаудиторной самостоятельной работы

2.1 Задания к выполнению самостоятельных работ

Самостоятельные работы выполняются индивидуально в свободное от занятий время.

Студент обязан:

– перед выполнением самостоятельной работы, повторить теоретический материал, пройденный на аудиторных занятиях;

– выполнить работу согласно заданию;

– по каждой самостоятельной работе представить преподавателю отчет в виде письменной работы или модели геометрического тела;

– ответить на поставленные вопросы.

При выполнении самостоятельных работ студент должен сам принять решение об оптимальном использовании возможностей программного обеспечения. Если по ходу выполнения самостоятельной работы у студентов возникают вопросы и затруднения, он может консультироваться у преподавателя. Каждая работа оценивается по пятибалльной системе. Критерии оценки приведены в конце методических рекомендаций.

Самостоятельная работа №1.
Типовой расчёт №1 «Предел и непрерывность функции»

Цель работы: отработка навыков вычисления пределов функций

Краткие теоретические сведения

Определение. Число b называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0, если для всех значений x, достаточно близких к x_0 и отличных от x_0, значения функции $f(x)$ сколь угодно мало отличаются от числа b. Пишут: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = b$.

Свойства пределов. Пусть существуют пределы $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = a$ и $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = b$. Тогда:

1. Предел константы равен самой константе: $\lim\limits_{x \to x_0} c = c$.
2. Предел суммы двух функций равен сумме пределов этих функций: $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$.
3. Предел произведения двух функций равен произведению пределов этих функций: $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$.
4. Постоянный множитель выносится за знак предела: $\lim\limits_{x \to x_0} [k \cdot f(x)] = k \cdot a$.
5. Предел частного двух функций равен частному пределов этих функций: $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$, если $g(x) \neq 0$.
6. Показатель степени можно выносить за знак предела: $\lim\limits_{x \to x_0} (f(x))^n = \left[\lim\limits_{x \to x_0} f(x)\right]^n = a^n$.

Задания: Повторить правила раскрытия неопределённостей $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, первый и второй замечательные пределы.

Непосредственное вычисление пределов

1) $\lim\limits_{x\to 5}(x+2)$; 2) $\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-2x)$; 3) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-2x}{x-3}$; 4) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{7x-5}{10+2x}$; 5) $\lim\limits_{x\to -2}(x^3+3x^2)$;

6) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-2x+4}{(x-1)(x+1)}$; 7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{2-\sqrt{x}}$; 8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x+2}{x^2-1}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0,1}\dfrac{5x+4}{1-x}$;

10) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+3)(x-2)}{x+2}$; 11) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-5x-3}{4x^2-13x+3}$; 12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2+x}{4x^3+x+10}$; 13) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-4x+5}{x^2+6}$;

14) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3}{2x-6}$; 15) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-5x-1}{2x^2-x-1}$.

Раскрытие неопределенности вида $\frac{0}{0}$

16) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x^2-2x}$; 17) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-3x}$; 18) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4-16}{x+2}$; 19) $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}}\dfrac{x^4-4x^2+4}{x^3-2x}$;

20) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$; 21) $\lim\limits_{x\to \frac{3}{2}}\dfrac{4x^2-9}{2x+3}$; 22) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^3+x}{x}$; 23) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20}$;

24) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-2x-3}$; 25) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x+2}$; 26) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3-x}{x^3-27}$; 27) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$;

28) $\lim\limits_{x\to \sqrt{5}}\dfrac{x^4-25}{x^2-5}$; 29) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x^2-9}$; 30) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-8x+4}{5x^2-14x+8}$;31) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x^2-7x-2}{5x^2-9x-2}$;

Раскрытие неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$

32) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x+3}{5x-7}$; 33) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{5x^3-2x^2+3}{7x-4}$; 34) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{4x+9}{2x^2-3x+5}$; 35) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x^3-3x^2+5x+7}{3x^3+4x^2-x+2}$;

36) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^4-x^2+2}{x^3-x+1}$; 37) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+x^4}{x^5+x^6}$; 38) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{10x^2-x-6}{3x-x^2}$; 39) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3-2x+6}{3x^3+x^2-26}$;

40) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{10x^4-8x^2+3}{5x^4+3x^3+5}$; 41) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^2-4x+3}{x+5}$; 42) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^2-2x+5}{x^3+3x+7}$; 43) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3x^3-4x+8}{5x^3+27x^2+x}$;

44) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{5x^3+4x^2-1}{8x^2-6x+3}$

I замечательный предел

45) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{5x}$; 46) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4tgx}{9x}$; 47) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2arctg5x}{3\arcsin 2x}$; 48) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{5x}$; 49) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{5x\cos x}$; 50) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x^2}$; 51) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{5x^2}$; 52) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{2xtg2x}$; 53) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{1-\cos 6x}$.

II замечательный предел

54) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x}$; 55) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{x}\right)^{3x}$; 56) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{x}$; 57) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{3+x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется функцией одной независимой переменной?
2. Перечислить основные элементарные функции.
3. Какие функции называются элементарными? Приведите примеры.
4. Что такое предел функции y = f(x) при x→ a?
5. Дайте определение правого и левого пределов функции y = f(x)
6. Дайте определение предела последовательности.
7. Какая функция называется бесконечно большой величиной при x→ a и x→ +∞?
8. Какова связь между бесконечно большой и бесконечно малой величинами?
9. Сформулировать правила предельного перехода в случае арифметических действий.
10. В чём состоит правило предельного перехода для непрерывной функции?

Самостоятельная работа №2.
Типовой расчёт №2 «Дифференциальное исчисление»

Цель работы: отработка навыков вычисления производной функций и практического применения производной.

Краткие теоретические сведения

Определение. ***Производной функции y = f(x) называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при произвольном стремлении последнего к нулю.***

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Формулы дифференцирования		**Правила дифференцирования**	**Применение производной**
$c' = 0$ $x' = 1$ $(x^n)' = nx^{n-1}$ $(kx)' = k$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(a^x)' = a^x \ln a$ $(e^x)' = e^x$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$ $(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$	$(u+v)' = u' + v'$ $(uv)' = u'v + v'u$ $(cu)' = cu'$ $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$, $v \neq 0$ $\left[f(g(x))\right]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$f'(x) = tg\alpha = k$ $v(t) = S'(t)$ $a(t) = v'(t)$ Уравнение касательной: $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ $f(x)$ возрастает на I, если $f'(x) > 0$ на I. $f(x)$ убывает на I, если $f'(x) < 0$ на I. Выпуклость графика функции и его перегибы: $y'' > 0$, выпуклость вниз

			y'' _> 0, выпуклость вверх

Задания:

I. Вычислить производные следующих функций:

1) $y = 2x^2 - 3x + 5$; **2)** $y = 4 - x^4$; **3)** $y = x^4 - x^2$; **4)** $y = 5x^4 - 7x^2 + x - 3$; **5)** $y = x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 9x - 5$;

6) $y = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 + 6x - 1$; **7)** $y = \frac{3x^6}{2} + 4x^5 - 2x^3 - \frac{1}{2x}$; **8)** $y = 2 - \frac{x}{2} - 5x^2 - \frac{3}{x^2}$;

9) $y = \frac{x^5 + 2x^3 - 9x + 7}{x}$;**10)** $y = \frac{5x^6 - 4x^5 - 7x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 6x - 11}{3x^2}$; **11)** $y = (2x - 3)^2$;

12) $y = (2x - 3)(3x^4 + 5x - 8)$; **13)** $y = 3x^{-2}$; **14)** $y = 4x^{-3}$; **15)** $y = 3x^{-\frac{2}{3}}$; **16)** $y = 5x^{-\frac{3}{5}}$;

17) Найти $f'(-1)$, *если* $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$;

18) Найти $f'(0{,}5)$, *если* $f(x) = -x^3 + 9x^2 - x + 2$;

19) $y = (x^3 - 2)(x^2 + x + 1)$; **20)** $y = (x + 2)(2x^3 - x)$; **21)** $y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}$; **22)** $y = \frac{1 - x^5}{1 + x^5}$;

23) $y = e^x x^2$; **24)** $y = 3x^4 sinx$.

II. Вычислите производные сложных функций:

25) $y = 3\sin 5x$; **26)** $y = 4\cos\frac{x}{2}$; **27)** $y = \arccos 3x$; **28)** $y = \ln\sqrt{2x - 1}$;

29) $y = (x^4 - x - 1)^4$;

30). $y = \sqrt{x^3 + 2x - 5}$; **31)** $y = \sqrt{(1 - x^2)^2}$; **32)** $y = \cos^2 x$; **33)** $y = \sin^3 x$; **34)** $y = \ln\sin 3x$;

35) $y = \ln\sqrt{2x - 1}$; **36)** $y = 3^{\sin x} - 2^{2x} + e^{5x}$; **37)** $y = 3^{\sqrt{x}} - 4^{7x} + 3e^{2x}$; **38)** $y = \arcsin\ln x$;

39) $y = arctgx^3$; **40)** $y = arctg\cos x$.

III. Вычислите производные высших порядков:

41) $f'''(x),\quad \textit{если}\quad f(x)=4x^3$; **42)** $f^{(5)}(x),\quad \textit{если}\quad f(x)=\frac{1}{7}x^7$;

43) $f'''(x),\quad \textit{если}\quad f(x)=\cos x$; **44)** $f^{(4)}(x),\quad \textit{если}\quad f(x)=2\sin 3x$.

IV. Проведите исследование функций и постройте их графики:

45) $y=8-2x-x^2$; **46)** $y=x^3-3x^2+4$; **47)** $y=3-3x+x^3$; **48)** $y=4x^2-x^4-3$;

49) $y = x^3 - 12x$; ;

50) $y = x^4 + 2x^3 - 5x^2$; **51)** $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$; **52)** $y=x\sqrt{2-x}$; **53)** $y=\ln(x^2+1)$;

54) $y=\frac{x}{x^2-1}$; **55)** $y=x^2\sqrt{1+x}$;**56)** $y=2x^4-8x^2+3$ **57)** $y = 2x^3 - 9x^2 + 15x - 6$;

58) $y = 3x - x^3$; **59)** $y=\frac{x}{x^2+1}$; **60)** $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3$

V. Вычислите приближенно:

61) $2{,}005^4$; **62)** $2{,}995^5$; **63)** $1{,}995^{10}$; **64)** $\sqrt{1{,}07}$; **65)** $\sqrt{0{,}84}$; **66)** $\sqrt{25{,}4}$; **67)** $\sqrt{81{,}8}$; **68)** $\sqrt{36{,}7}$

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение производной функции y =f(x).
2. Каковы геометрический и механический смыслы производной?
3. Как найти производную сложной функции?
4. Дать определение дифференциала функции y =f(x).
5. Какой геометрический смысл имеет дифференциал?
6. Что называется производной второго порядка от функции y =f(x)?
7. В чём состоит достаточный признак экстремума?
8. Какие точки называются точками перегиба функции y =f(x)?
9. Сформулировать правило Лопиталя и привести примеры его применения.

10. Что называется асимптотой функции y =f(x)?

11. Что называется функцией двух независимых переменных?

12. Что называется графиком функции двух независимых переменных?

13. Дать определение частных производных функции двух независимых аргументов.

Самостоятельная работа №3.
Типовой расчёт №3 «Интегральное исчисление»

Цель работы: отработка навыков вычисления рервообразной функций и практического применения интеграла.

Краткие теоретические сведения

Определение. *Первообразной для функции* y =f(x) на некотором промежутке называется функция F(x), производная которой равна исходной функции, т.е.
$F'(x) = f(x)$

Отыскание первообразных называется неопределённым интегрированием, а выражение, охватывающее совокупность всех первообразных для данной функции f(x), называется неопределённым интегралом и обозначается так:

$\int f(x)dx$

I. Основные формулы интегрирования

$\int dx = x + C$

$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$;

$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$;

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$;

$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$;

$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$;

$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$;

$\int e^x dx = e^x + C$;

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$;

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$;

$\int \sin x dx = -\cos x + C$;

$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$.

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$\int e^x dx = e^x + C$;

II. Основные свойства интегралов

1⁰. Производная неопределенного интеграла равна подынтегральной функции: $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.

2⁰. Дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению:

$$d\int f(x)dx = f(x)dx.$$

3⁰. Интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от этих функций: $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

4⁰. Постоянный множитель подынтегрального выражения можно выносить за знак интеграла:

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx.$$

5⁰. Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной *C*: $\int df(x) = f(x) + C$.

6⁰. Интеграл от сложной функции с линейным аргументом вычисляется по формуле:

$$\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}F(kx+b) + C.$$

III. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенных интегралов:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Методы интегрирования

1. Непосредственное интегрирование. Используется таблица интегралов, свойства неопределённых интегралов и различные преобразования подынтегрального выражения.

2. Интегрирование по частям. Данный способ состоит в том, подынтегральное выражение представляется в виде произведения двух множителей u и dv и заменяется двумя интегрированиями: 1) отыскание v из выражения для dv; 2) отыскание интеграла для vdu:

$$\int u dv = uv - \int v du.$$

3. Метод замены переменной. Его применяют в том случае, если исходный интеграл сложно или невозможно с помощью алгебраических и иных преобразований свести к одному или нескольким табличным интегралам. Способ заключается в том, что заменяется новой переменной такая часть подынтегральной функции, при дифференцировании которой получается оставшаяся часть подынтегрального выражения (не считая постоянного множителя).

Задания по теме «Интегральное исчисление»:

I. ***Непосредственное интегрирование.***

1. $\int x^6 dx$; **2.** $\int \frac{dx}{x^2}$; **3.** $\int x^{\frac{2}{3}} dx$; **4.** $\int \sqrt{x} dx$; **5.** $\int (5x^3 - 2x^2 + 3x - 8) dx$; **6.** $\int (4x^3 - 15x^2 + 14x - 3) dx$;

7. $\int (2x - 1)^3 dx$; **8.** $\int x^3 (1 + 5x) dx$; **9.** $\int \frac{3x^3 - 2x^2 + 5x}{2x} dx$; **10.** $\int \frac{x^3 + 3x^2 + 4x}{x} dx$; **11.** $\int \frac{4x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2} dx$;

12. $\int \frac{x^3 - 2x^2 - 3x - 4}{x^2}dx$; **13.** $\int \frac{(3x+1)^2}{x}dx$; **14.** $\int \frac{dx}{1+x}$; **15.** $\int \frac{2xdx}{1+x^2}$; **16.** $\int \frac{xdx}{x^2+1}$;

17. $\int \frac{x^2dx}{x^3+5}$;

18. $\int \frac{x^3dx}{x^4+2}$; **19.** $\int (2x - 4^x + e^{3x})dx$; **20.** $\int \left(\frac{2}{x} + 8e^x + 5^x - x^{\frac{3}{5}}\right)dx$; **21.** $\int \frac{\sin 2x}{\cos x}dx$; **22.** $\int \left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx$; **23.** $\int \left(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\right)dx$; **24.** $\int \sin(-4x)dx$; **25.** $\int x\sin x^2 dx$; **26.** $\int \cos(5-2x)dx$; **27.** $\int \frac{\cos^2 x + 3}{\cos^2 x}dx$;

28. $\int \frac{4+\cos^3 x}{\cos^2 x}dx$; **29.** $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x}dx$; **30.** $\int tg^2 x dx$; **31.** $\int \frac{2dx}{3\sqrt{1-x^2}}$; **32.** $\int \frac{x^2dx}{x^2+1}$;

33. $\int \frac{x^4dx}{1+x^2}$;

34. $\int \frac{1+x^2+3\cos^2 x}{(1+x^2)\cos^2 x}dx$.

II. ***Способ подстановки.***

35. $\int (7-2t)^3 dt$; **36.** $\int (5u-1)^3 du$; **37.** $\int (1+x^5)^7 x^4 dx$; **38.** $\int (9-2x^3)^4 x^2 dx$; **39.** $\int 4(x^4+5)^2 x^3 dx$;

40. $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$; **41.** $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$; **42.** $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{1-x}}$; **43.** $\int \sin^2 x \cos x dx$; **44.** $\int \cos^3 x dx$;

45. $\int 4\sin^3 x dx$;

46. $\int (\cos^3 x + 1)^2 \sin x dx$; **47.** $\int tgx dx$; **48.** $\int ctgx dx$; **49.** $\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx$; **50.** $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$;

51. $\int \frac{dx}{5+x^2}$;

52. $\int \frac{dx}{25+36x^2}$; **53.** $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$; **54.** $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$; **55.** $\int \frac{dx}{\sqrt{16-25x^2}}$; **56.** $\int \frac{\sin^4 x dx}{2\sin x\cos x}$; **57.** $\int \frac{\sin 3xdx}{2+\cos 3x}$;

58. $\int \frac{x^2dx}{1+x^6}$; **59.** $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$; **60.** $\int \frac{dx}{ax+b}$; **61.** $\int \frac{2dx}{3x-4}$; **62.** $\int \frac{3x^6dx}{x^5-4}$;

III. ***Способ интегрирования по частям.***

63. $\int x\cos xdx$; **64.** $\int xe^{x}dx$; **65.** $\int x^{5}\ln xdx$; **66.** $\int xe^{2x}dx$; **67.** $\int x^{2}\sin xdx$; **68.** $\int arctgxdx$; **69.** $\int x\sin xdx$;

70. $\int x\ln xdx$; **71.** $\int (4x^{3}+6x-7)\ln xdx$; **72.** $\int x\sin 2xdx$; **73.** $\int x\cos 3xdx$; **74.** $\int \ln xdx$;

75. $\int \frac{\ln xdx}{x^{2}}$;

76. $\int \frac{\ln xdx}{x^{3}}$; **77.** $\int e^{x}\ln(1+3e^{x})dx$; **78.** $\int x3^{x}dx$; **79.** $\int x^{2}e^{3x}dx$; **80.** $\int x\ln(x^{2}+1)dx$;

81. $\int x^{2}\sin 4xdx$;

82. $\int x\ln^{2}xdx$.

IV. ***Вычисление определенных интегралов.***

83. $\int_{3}^{5}dx$; **84.** $\int_{0}^{1}xdx$; **85.** $\int_{0}^{2}3x^{2}dx$; **86.** $\int_{-1}^{1}(2x+1)dx$; **87.** $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos xdx$; **88.** $\int_{1}^{2}\frac{dx}{x}$; **89.** $\int_{1}^{3}8x^{3}dx$; **90.** $\int_{0}^{1}\frac{dx}{x+2}$;

91. $\int_{0}^{2}3e^{3x}dx$; **92.** $\int_{0}^{\pi}\cos\frac{x}{2}dx$; **93.** $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\sin 4xdx$; **94.** $\int_{-1}^{1}(2x+3x^{2}+4x^{3}+5x^{4})dx$;

95. $\int_{1}^{5}((x-3)^{2}-4)dx$;

96. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{4dx}{\cos^{2}x}$; **97.** $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{\sin^{2}x}$; **98.** $\int_{0}^{1}\sqrt{1+x}dx$;

V. ***Применение определенного интеграла.***

Вычислите площади фигур, ограниченных указанными линиями:

99. Осью Оx, прямыми $x=-1$, $x=2$ и параболой $y=9-x^2$; **100.** $y^2 = 9x$, $x = 16$, $x = 25$, $y = 0$;

101. $y = -x^2 + 4$ и $y = 0$; **102.** $y = x^2$, $y = 1/x$, $x \in [1; e]$; **103**. $y^2 = x$, $y = x^2$;

104. $y = 8+2x-x^2$, $y = x+6$;

105. $xy = 6$ и $x + y – 7 = 0$; **106.** $x – 2y + 4 = 0$, $x + y – 5 = 0$, $y = 0$.

Вопросы для самопроверки

1. Какая функция называется первообразной?
2. В чём состоит суть метода интегрирования по частям?
3. В чём состоит суть метода замены переменной?
4. Каков смысл определённого интеграла?
5. В чём состоит суть метода замены переменной в определённом интеграле?

Самостоятельная работа №4.
Домашняя контрольная работа «Простейшие дифференциальные уравнения»

Цель работы: развитие навыков решения простейших уравнений, нахождение общих и частных решений.

Краткие теоретические сведения

Дифференциальными называются уравнения, которые содержат искомую функцию, её производные и (или) дифференциалы различных порядков, независимые переменные.

Решить дифференциальное уравнение – это значит найти такую функцию, подстановка которой в это дифференциальное уравнение превращает его в тождество.

Решения, содержащие конкретные значения постоянных, называются частными решениями дифференциального уравнения.

Задание:

№	1 вариант	2 вариант
1	Общим решением дифференциального уравнения $y'' = \sin x$ является … $y = -\sin x + C_1 x + C_2$ $y = \sin x + C_1 x + C_2$ $y = -\sin x + C_1$ $y = \sin x + C_1 x^2 + C_2$	Общим решением дифференциального уравнения $y''' = 0$ является … $y = C_1 x^2 + C_2 x + C_3$ $y = C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3$ $y = C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x$ $y = x^2$
2	Найти общее решение дифференциального уравнения (x + 5)dy – (y +10)dx = 0	Найти общее решение дифференциального уравнения (x - 10)dy – (y -5)dx = 0
3	Частными решениями дифференциального уравнения $y'' - 9y = 0$ являются … $y = 2e^{3x}$ $y = -e^{-3x}$ $y = e^{-x}$ $y = \sin 2x$	Частными решениями дифференциального уравнения $y'' + y' - 2y = 0$ являются … $y = 5e^{x}$ $y = -e^{-2x}$ $y = \cos x$ $y = x^2 + 2$
4	От 1 г радия С через t минут осталось 0,125 г. Найти t, если его период полураспада равен 3 мин.	Период полураспада радиоактивного вещества равен 1 ч. Через сколько часов его количество уменьшится в 10 раз? Вычислите, какая доля радия останется через 1000 лет, если период его полураспада равен 1550

		лет.
5	Одно тело имеет температуру 200°, а другое – 100°. Через 10 мин остывания этих тел на воздухе с температурой 0° первое тело остыло до температуры 100°, а второе – до 80°. Через сколько минут температуры тел сравняются?	Два тела имеют одинаковую температуру 100°. Они вынесены на воздух (его температура 0°). Через 10 мин температура одного тела стала 80°, а второго - 64°. Через сколько минут после начала остывания разность их температур будет равна 25°?

Вопросы для самоконтроля

1. Какое дифференциальное уравнение называется дифференциальным уравнением первого порядка?
2. Что такое общее решение дифференциального уравнения первого порядка?
3. Что такое частное решение и в чём суть начальных условий для дифференциального уравнения первого порядка?
4. Что такое дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными и каким методом его можно решить?
5. Какие дифференциальные уравнения первого порядка называются линейными, каков метод их решения?

3 Критерии оценки внеаудиторной самостоятельной работы

3.1 Рейтинговая карта оценки самостоятельной работы по дисциплине «Математика»

За выполнение заданий студентам выставляется балл согласно рейтинговой карты, приведенной в таблице 3.

Таблица 3 – Рейтинговая карта

Тема	Деятельность студента	Мин. кол-во баллов	Макс. кол-во баллов
Раздел 1			
	Типовой расчёт №1 «Предел и непрерывность функции»	3	5
	Типовой расчёт №2 «Дифференциальное исчисление»	3	5
	Типовой расчёт №3 «Интегральное исчисление»	3	5
	Контрольная работа «Простейшие дифференциальные уравнения»	3	5
	Итого	***12***	***20***
	Количество баллов по ВСР	**20**	**40**

3.2 Критерии оценки самостоятельных работ

За выполнение самостоятельной работы студенту выставляется балл рейтинга по критериям, представленным в таблице 4.

Таблица4 – Критерии рейтинговой оценки самостоятельной работы студента

№ п/п	**Оцениваемые навыки**	**Метод оценки**	**Критерии оценки**		
			Максимальный балл рейтинга	**Средний балл рейтинга**	**Минимальный балл рейтинга**
1.	Отношение к работе	Фиксирование срока сдачи работы	Работа сдана в требуемые сроки	Работа сдана с задержкой на 1-2 недели	Работа сдана с задержкой на 3-4 недели
2.	Способность самостоятельно выполнять работу	Просмотр файла в личной папке студента	Полное выполнение работы, отсутствие ошибок	Допускает одну ошибку (неточность) при выполнении работы	Допускает две, три ошибки при выполнении работы
3.	Умение отвечать на вопросы, пользоваться профессиональной лексикой	Собеседование (защита) при сдаче работы	Грамотно отвечает на поставленные вопросы	Допускает незначительные ошибки в изложении алгоритма задания	Допускает ошибки в изложении алгоритма задания. Имеет ограниченный словарный запас

Литература

Основная:

1. В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова Математика, учебное пособие для среднего профессионального образования: Ростов-на-Дону, Феникс, 2009 г.

Дополнительная:

2. Филимонова Е.В. «Математика», учебное пособие для студентов средних профессиональных учебных заведений, Ростов-на-Дону, Феникс, 2008 г.
3. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. «Математика», учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений, М., Высшая школа, 2011 г.
4. Е. С. Баранова, Н. В. Васильева, В. П. Федотов, Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты, учебное пособие, М., « Питер», 2009

Приложение А

Методические рекомендации по выполнению практических занятий

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение ситуативных задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения ситуативных задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

Приложение Б

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Контрольная работа — промежуточный метод проверки знаний студента с целью определения конечного результата в обучении по данной теме или разделу.

Домашняя контрольная работа дается 1-2 раза в учебном году по дисциплине. Она призвана систематизировать знания, позволяет повторить и закрепить материал. При ее выполнении студенты ограничены во времени, могут использовать любые учебные пособия, консультации с учителем. Каждому студенту дается свой вариант работы, в который включаются творческие задания для формирования разносторонней развитой личности. Цели выполнения контрольной работы: выявление качества усвоения знаний, умений и навыков которые должны быть сформированы в результате обучения и их коррекция по полноте, глубине, обобщенности, осознанности. Контрольная работа должна быть написана грамотно, грамматические и синтаксические ошибки не допустимы, смысловая нагрузка должна прослеживаться через всё решение.

ДЛЯ ЗАМЕТОК